

对随机性迭代算法中概率及颜色的讨论

李富平¹⁾ 蔡秀云²⁾

1) 广东工业大学制图教研室, 广州, 510643 2) 华南理工大学制图教研室, 广州, 510641

摘要 在用随机性迭代算法进行植物模拟过程中, 利用概率可以对分形图的细节进行控制, 本文通过对概率和颜色的处理, 使得到的分形图案丰富多彩, 更加逼真.

关键词 分形; 迭代函数系统; 随机性迭代算法; IFS 码; 概率

中图资料法分类号 TP75

图像是人类描述客观世界的一种最有效的工具. 寻求能准确地描述客观世界中的各种现象与景观的数学模型, 是图形学的一个重要课题. 本文主要讨论在迭代函数系统中, 利用 IFS 码绘制植物分形图, 通过概率来控制 IFS 码被选中的频率, 使植物分形图案的局部得到变化, 在此基础上, 通过编程记录 IFS 码来控制图案局部的颜色, 使植物更加逼真.

1 迭代函数系统中的 IFS 码及随机性迭代算法

利用迭代函数系统绘制植物分形图, 是通过 IFS 码来实现的, 例如: 定义二维欧氏空间的仿射变换为 $\omega: R^2 \rightarrow R^2$, (X, Y) 为二维欧氏空间中的一点, 其仿射变换映像为 (X', Y') , 写成矩阵形式:

$$\begin{matrix} ic \\ \left[\begin{matrix} X \\ Y \end{matrix} \right] \end{matrix} = \omega \left[\begin{matrix} X \\ Y \end{matrix} \right] = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix} \quad (1)$$

ω 即代表 a, b, c, d, e, f 6 个参数, 当一个图形分成 N 个局部子图时, 整体到局部的压缩映射集 ω_n 和对应的概率 P_n 即组成 IFS 码, 记为 $\{X: \omega_n, P_n, n = 1, 2, 3, \dots, N\}^{[1]}$.

据作者了解, 用 IFS 码绘图, 一般采用两种算法, 即确定性迭代算法和随机性迭代算法, 但确定性迭代算法需要存储在迭代过程中每个点的坐标, 故所占空间较大, 当超过规定数组的最大容量, 程序编译即中止, 因此, 本文采用随机性迭代算法, 在运算过程中, 通过概率来控制每次迭代时 IFS 码被选中的次数.

2 概率及颜色的处理

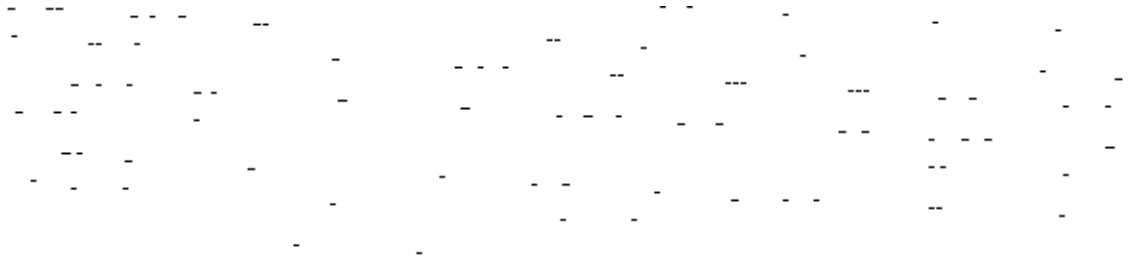
用 IFS 码随机迭代法绘图, 仿射变换族 $\{\omega_n\}$ 控制吸引集的结构和形状, 相应的概率 $\{P_n\}$ 控制该仿射变换在随机迭代中被选中的几率, 即落入图像各部分中点的数目. 一般 $\{P_n, n = 1, 2, 3, \dots, N\}$ 的取值与仿射变换子图的面积成正比, 即子图面积越大, 落入该子图的点数就越多, 此子图所对应的仿射变换系数被选中的几率就越大, 也就是此子图对应的概率越大.

由仿射变换的几何特性可知, 子图面积变换后为变换前的 $|ad - bc|$ 倍. 故可以将仿射变换子图的面积看成 $|a_nd_n - b_nc_n|$, a_n, b_n, c_n, d_n 是其仿射变换系数, 因各子图对应的概率之和为 1, 故计算概率的公式如下:

$$P_n = \frac{|a_n d_n - b_n c_n|}{\sum_{n=1}^N |a_n d_n - b_n c_n|}, \quad n = 1, 2, 3, \dots, N.$$

如果由此式计算出的概率 P_n 为零, 如植物中的树枝, 可用较小的数字代替. 这种取值的方法考虑的是均匀绘制图形, 也是目前所采用的主要方法.

笔者认为, 如果有意识地改变某部分的概率, 也可使图形发生变化, 如图 1 所示, 图 1(a) 按概率公式进行均匀绘图, 可以看成是在夏天阳光雨水充沛下的一棵树叶茂密的树, 而 1(b) 则有意减少了树枝处的概率而相应增大树干处的概率进行绘图, 可以看成是在冬天寒风凛冽下的一棵光秃秃的树. 可见概率在 IFS 中的作用之妙.



(a) (b)

图 1 概率对图形生成的影响

C++ 语言为我们提供了丰富的颜色, 使我们可以逼真地再现自然界的景物. 在 IFS 绘图中, 对颜色的处理主要是依据仿射变换. 如图 2(a) 显示了树的拼贴子图的相互位置, 图中可见树由



(a) (b) (c)

图 2 颜色的处理

6 个子图拼贴而成, 其中 ω_1 、 ω_2 描述主枝干, ω_3 描述右枝等等. 这样可以简单地按 6 个仿射变换来涂色, 若当前点属 ω_1 、 ω_2 主枝干, 涂棕色; 而当前点属 ω_3 、 ω_4 、 ω_5 、 ω_6 涂绿色, 但是, 这种处理方法使旁枝(如 ω_3) 的小枝干也涂上了绿色, 而不是棕色, 如图 2(b) 所示, 显然与真实情况不符. 本文对此作了改进. 在涂色时, 不仅考虑到当前的仿射变换, 还考虑前几个仿射变换. 例如, 若当前点属 ω_1 主枝干, 涂棕色; 若当前点属 ω_3 , 即点是在右枝上, 如果前一次变换属 ω_1 , 说明该点是在 ω_1 决定的右枝区域上的枝干上, 故也涂上棕色, 表示主枝干之外的侧枝干. 这样往前记录 2~ 4 个仿射变换即可. 如果这 2~ 4 个仿射变换中有一个是 ω_1 或 ω_2 , 就涂棕色, 否则就认为是叶子, 涂绿色. 这样绘出的树枝, 真实感强. 图 2(c) 是采用这种方法绘出的彩色图.

此算法中, `color[3]` 记录了前 3 次仿射变换区域, 具体运作如下:

- (1) 循环开始;
- (2) 由随机函数通过概率确定仿射变换区域 K ;
- (3) 记录前 2 次的仿射变换区域, 即每次仿射变换都轮换用数组 `color[3]` 存储. 第 1 次仿射变换用 `color[0]`, 第 2 次仿射变换用 `color[1]`, 第 3 次仿射变换用 `color[2]`, 第 4 次仿射变换回复用 `color[0]`, 第 5 次仿射变换回复用 `color[1]`, 等等, 依次循环下去;
- (4) 对数组 `color[3]` 中的 3 个数字进行判断, 即 `color[0]`、`color[1]` 和 `color[2]`, 只要有一个仿射变换为 ω_1 , 或为 ω_2 , 就涂棕色, 否则涂绿色;
- (5) 循环完成则结束, 否则转(1) 继续.

用随机性迭代算法绘制植物的程序框图如图 3(% 为取舍符号).

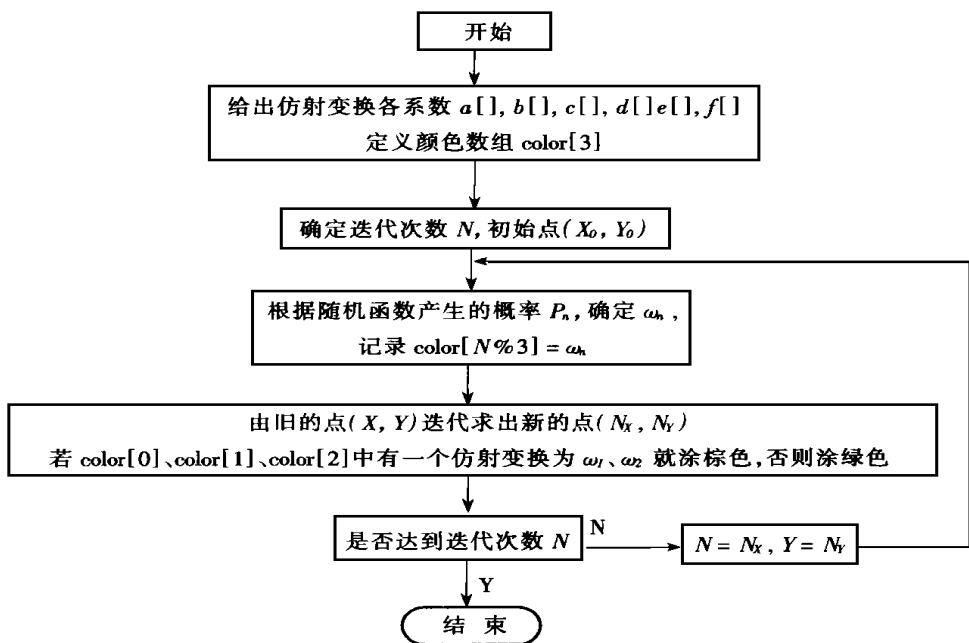


图 3 绘制植物的程序框图

3 结论

本文通过在随机性迭代算法中, 对 IFS 码处理的两种方法, 可以看到, 改变 IFS 码所选中的几率, 即通过概率, 可控制图案的形状, 通过每次记录 IFS 码的序号, 有选择地改变其绘图颜色, 可使所绘植物显得更加逼真. 实验结果表明, 此方法是易于实现, 效果好.

参 考 文 献

- 1 齐东旭. 分形及其计算机生成. 北京: 科学出版社, 1994. 53~ 68
- 2 张正炳, 朱耀庭, 朱光喜等. 实现图象几何变换的迭代函数系统参数修改法. 数据采集与处理, 1996, 11 (3): 168~ 171

Discussing probability and color in radom Iteration

Li Fuping¹⁾ Cai Xiuyun²⁾

1) Dept. of Engineering and Computer Graphics, GDUT, Guangzhou, 510643

2) South China University of Science Technology Guangzhou, 510641

Abstract In simulating plant with radom iteration, the fractal picture can be controlled in detail by using probability. The fractal pictures acquired by treating its probability and colour are colourful and true to nature.

Key words fractal; Iteration Function System; radom iteration; IFS code; probability

(责任编辑: 利 民)

(上接第 38 页)

A Calculating Method and its Application for Lubrication Parameters of Tilting- pad Bearing

Chen Junhua Yuan Hui Chen Lingshan Chen Boxian

Dept. of Mechanical and Electronic Engineering, GDUT, Guangzhou, 510090

Abstract The calculating method and its solution on tilting- pad bearing are discussed, and the program is designed. The results given by the present method is identical with the results from its operation. The results show that the method by which to choose the parameters is feasible.

Key words tilting- pad bearing; lubrication parameter; tilting- pad

(责任编辑: 利 民)